

# Núcleo de Educação Distância

## Movimento Circular: Fundamentos Teóricos

### Conceito de movimento circular uniforme

Vamos afirmar que: "Um carro estando com a velocidade escalar constante pode ter aceleração". O que você acha?

Esta afirmativa parece falsa, mas é verdadeira.

Esta situação acontece quando o carro está se movimentando em uma trajetória circular (fig. 5.1A).

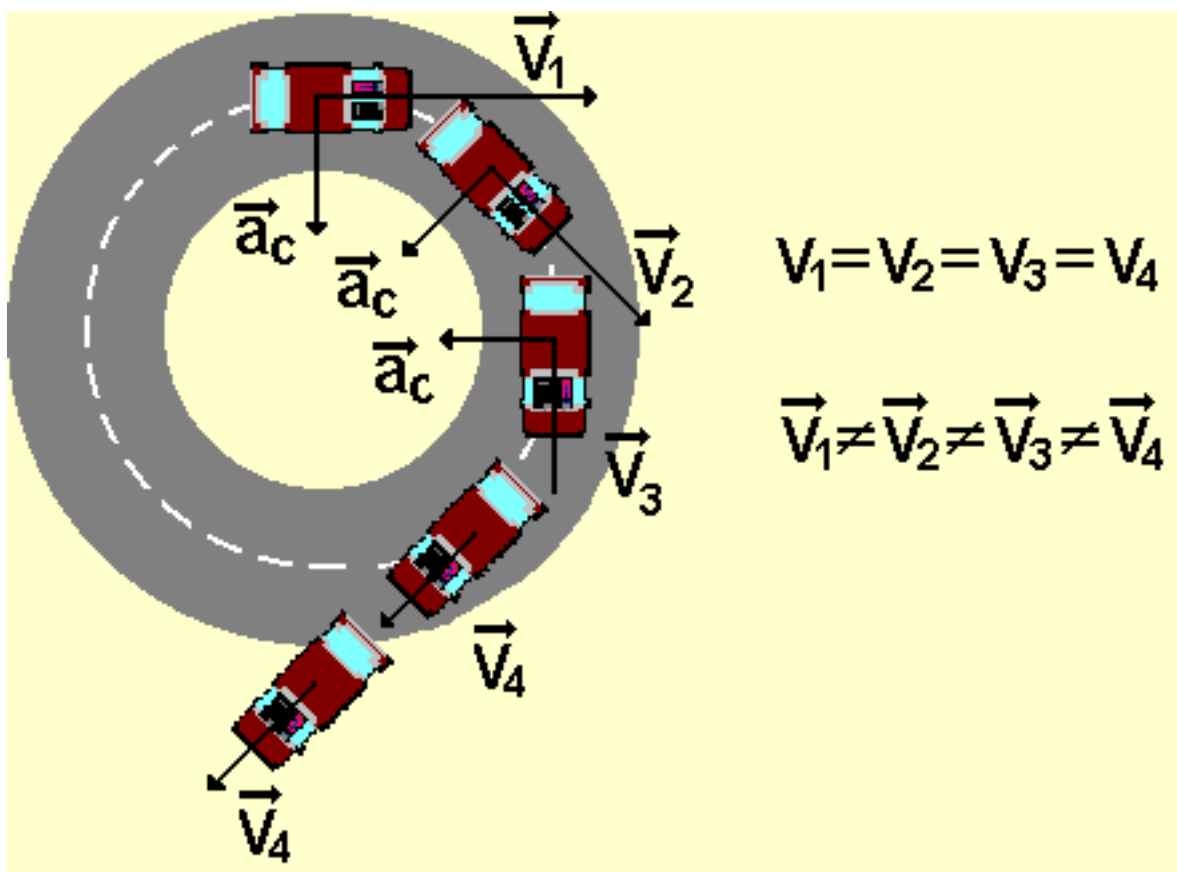


Figura 5.1A - Carro em movimento circular.

# Núcleo de Educação

## Distância

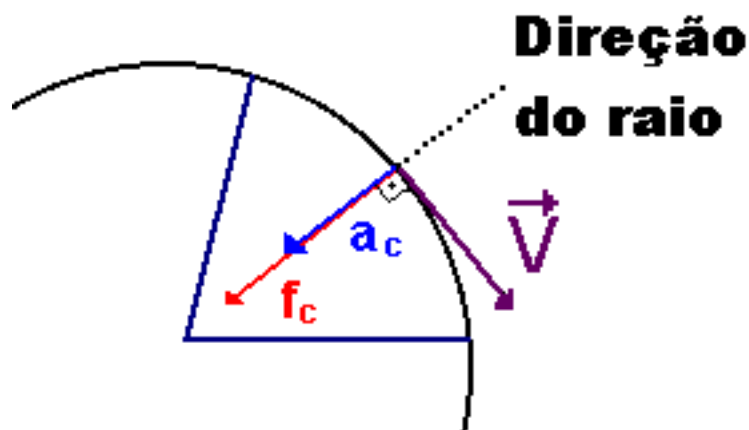


Figura 5.1B - Vetores força centrípeta e aceleração centrípeta.

Neste caso o vetor velocidade varia de direção e sentido no decorrer do tempo, podendo o seu módulo permanecer constante ou não.

Quem provoca esta variação na direção do vetor velocidade?

Sabemos que para mudar qualquer característica do vetor velocidade é necessária uma força .

Esta força, denominada força centrípeta, atua na direção do raio da circunferência, buscando o centro, imprimindo ao carro uma aceleração na mesma direção e no mesmo sentido denominada aceleração centrípeta (fig. 5.1B).

No caso do carro, a força centrípeta é a força de atrito entre os pneus e a estrada. Se não existisse esta força, o carro sairia pela tangente em movimento retilíneo uniforme (posição 4 da fig. 5.1A).

Veja que esta aceleração é devida à variação à direção do vetor velocidade e não da variação do módulo do vetor velocidade.

Concluimos que a nossa afirmativa inicial é verdadeira, isto é, o carro pode estar com velocidade escalar constante e possuir uma aceleração (aceleração centrípeta), quando sua trajetória é circular.

# Núcleo de Educação

## Distância

**Movimento circular uniforme: Quando a trajetória é circular e a velocidade é constante em módulo.**

Da fig. 5.1A, o carro estando em movimento circular uniforme, temos que:

$V_1 = V_2 = V_3 = V_4$  (velocidades escalares iguais)

$V_1 \neq V_2 \neq V_3 \neq V_4$  (velocidades vetoriais diferentes)

Características do vetor aceleração centrípeta

**Notação:**  $a_c$  vetor aceleração centrípeta

**Direção** do vetor aceleração centrípeta: a direção do raio (perpendicular ao vetor  $V$ )

**Sentido** do vetor aceleração centrípeta: de fora para dentro da circunferência (buscando o centro)

**Módulo** do vetor aceleração centrípeta:  $a_c = V^2/R$

Demonstração da expressão  $a_c = V^2/R$

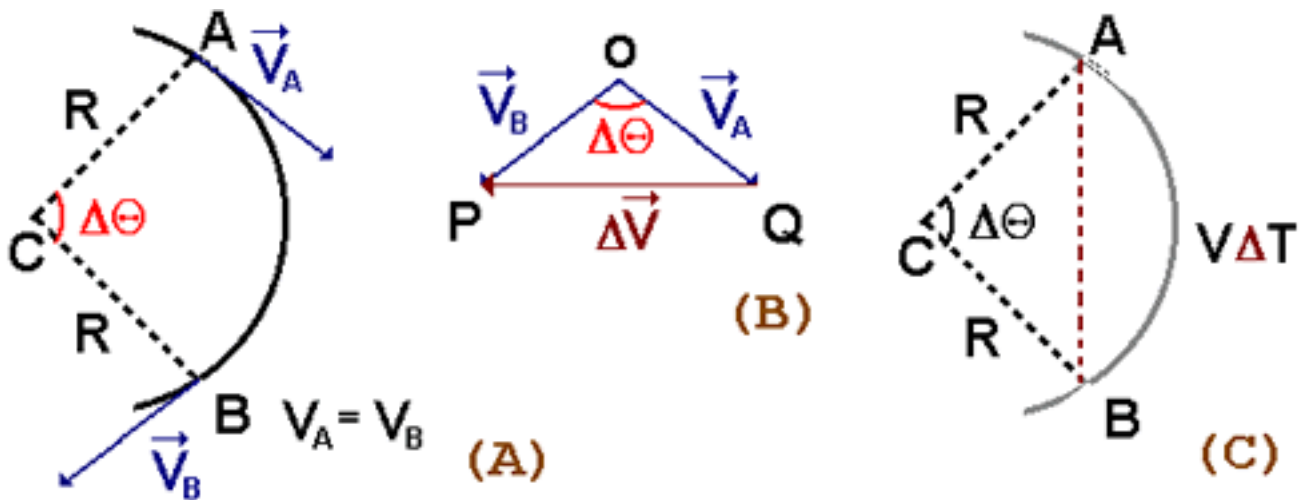


Figura 5.2

(A) Movimento circular uniforme de uma partícula indo de uma posição A B.  $v_A = v_B$ .

(B) - Determinação do vetor diferença  $V$ .

(C) - Medida do arco  $S = V t$ .

Os triângulos POQ e ACB são semelhantes porque são isósceles, tendo os ângulos dos

# Núcleo de Educação Distância

vértices iguais. Considerando a medida do arco  $Vt$  aproximadamente igual à medida do arco corda  $AB$ , obtemos:

$$(V\Delta t) / V = R / V$$

Aproximadamente, temos:

$$V\Delta / t = V^2 / R$$

Esta relação será mais exata quanto menor for  $t$ , porque o arco tende para a corda e vice-versa.

Considerando  $\Delta t \rightarrow 0$ , no limite obtemos:

$$a_c = V^2/R$$

módulo do vetor aceleração centrípeta

**Observação:** Quando a velocidade escalar varia no decorrer do tempo, o movimento circular não é mais uniforme e o movimento tem, além da aceleração centrípeta, uma aceleração tangencial.

## Aplicação numérica 5.1

Vamos determinar o valor da aceleração centrípeta, sabendo que o carro faz a trajetória circular com uma velocidade escalar constante igual  $20,0 \text{ m/s}$  e o raio da trajetória é igual a  $100 \text{ m}$ .

Dados:  $V = 20,0 \text{ m/s}$  e  $R = 100 \text{ m}$

De (5.1) temos que:

$$a_c = V^2/R$$

Substituindo os valores de  $V$  e  $R$ , obtemos:

$$a_c = 20,0^2/100 = 400/100$$

$$a_c = 4,0 \text{ m/s}^2$$

# Núcleo de Educação

## Distância

### Conceito de velocidade angular

A posição de um ponto em uma trajetória circular pode ser determinada por um espaço linear (arco) ou por um espaço angular (ângulo).

Quando o carro vai da posição A para a posição B, ele percorre um arco  $\Delta S$  e, simultaneamente, "varre" um ângulo  $\Delta\theta$  (fig. 5.3).

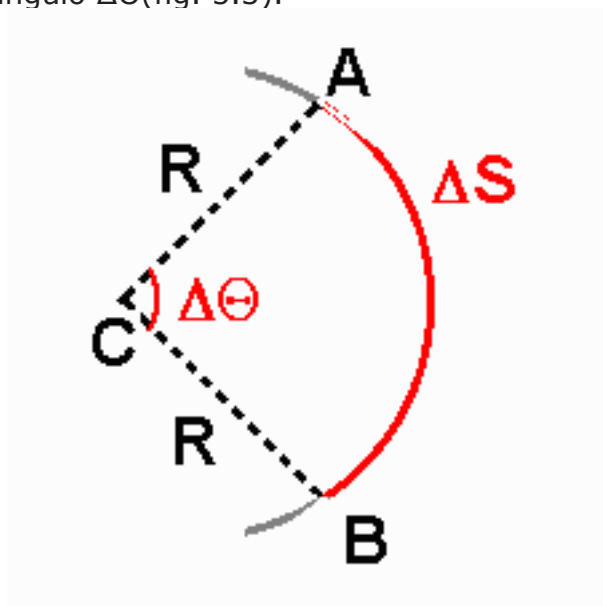


Figura 5.3 - ângulo descrito e arco percorrido em um intervalo de tempo ( $\Delta t$ ), quando o carro vai da posição A para B.

**Velocidade angular** é o ângulo ( $\Delta\theta$ ) percorrido em um intervalo de tempo ( $\Delta t$ ).

**Notação:**  $\omega$  velocidade angular.

**Expressão:**  $\omega = (\Delta\theta) / (\Delta t) \Rightarrow$  velocidade angular

onde  $\Delta\theta$  (ângulo descrito) é medido em radianos.

Unidade da velocidade angular (Sistema Internacional) 1 rad/s

# Núcleo de Educação Distância

Relação entre a velocidade escalar e a velocidade angular

Você sabe que a medida de um ângulo pode ser em graus ou radianos.

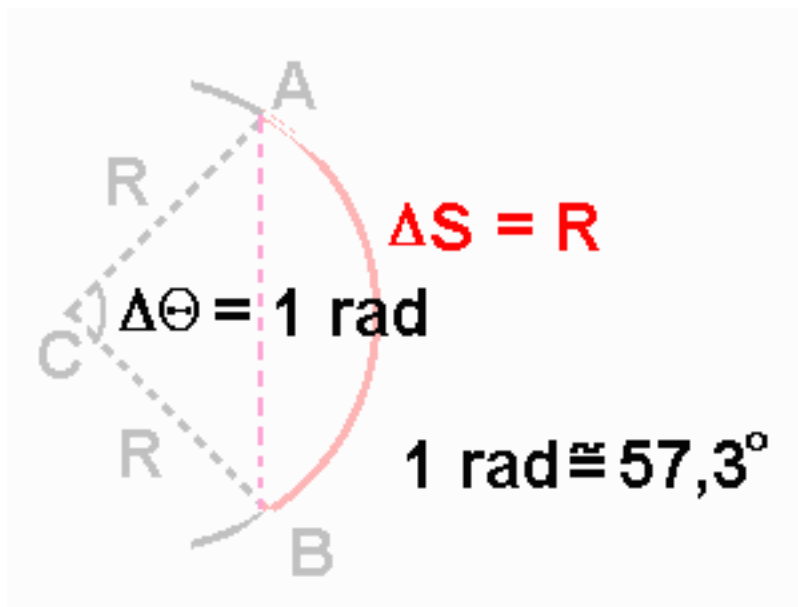


Figura 5.4 - Medida de um ângulo em radianos.

Para medir um ângulo em radianos (rad) basta dividir o arco compreendido entre os lados do ângulo pela medida do raio (fig. 5.4), obtendo:

$$(\Delta\theta) = (\Delta S) / R$$

Dividindo os dois membros de (5.3) por  $\Delta t$ , obtemos:

$$\omega = V/R \text{ ou } V = \omega \cdot R$$

**relação entre a velocidade escalar e a velocidade angular**

**Observação:** para determinar a medida de 1 rad basta considerar a medida do arco compreendido entre os lados do ângulo igual à medida do raio (fig. 5.4), obtendo:

$$1 \text{ rad} \cong 57,3^\circ$$

# Núcleo de Educação Distância

## Aplicação numérica 5.2

**Um carro com a velocidade escalar constante de 30,0 m/s faz uma trajetória circular de raio 100 m. Determinar a velocidade angular.**

Dados:  $V = 30,0 \text{ m/s}$  e  $R = 100 \text{ m}$

De (5.5) temos que:

$$\omega = V/R = 30,0/100$$

$$\omega = 0,3 \text{ rad / s}$$

### **Relação entre aceleração centrípeta e velocidade angular**

De (5.1) temos que:

$$a_c = V^2/R$$

Como  $V = \omega R$  (5.6), obtemos:

$$a_c = \omega^2 R$$

**relação entre a aceleração centrípeta e a velocidade angular**

### **Freqüência e Período**

De um modo geral todos nós temos noção do que seja freqüência e período.

Freqüência seria o número de vezes que um fenômeno se repete em um determinado tempo, e período é o tempo que leva para o fenômeno se repetir.

Em linguagem mais específica para o movimento circular, definiremos:

**Freqüência:** é o número de voltas que a partícula dá por unidade de tempo

**Notação:**  $f$  freqüência

**Período:** é o tempo que a partícula leva para dar uma volta completa

**Notação:**  $T$  período

# Núcleo de Educação Distância

Pelas próprias definições temos que a frequência é o inverso do período e vice-versa, ou seja:

$$f = 1/T \text{ ou } T = 1/f$$

Unidades de medida de frequência e período (SI)

Unidade de período = unidade de tempo = 1 s

Outras unidades: 1 min, 1 h, 1 mês, 1 ano, 1 século...

**Unidade de frequência** = 1/unidade de tempo = 1/s = 1 s<sup>-1</sup> = 1 hertz (1 Hz)

Quando no movimento circular se tem uma frequência de 10 Hz, significa que o móvel faz 10 voltas em cada segundo.

Observação: a unidade de frequência 1rps (1 rotação por segundo), usada na prática, é equivalente a 1 Hz.

Relação entre a velocidade angular e a frequência

Vimos que a velocidade angular é definida como sendo:

$$\omega = (\Delta\theta) / (\Delta t)$$

**Quando a partícula dá uma volta completa:**

$$\Delta\theta = 2\pi \text{ rad}$$

$$\Delta t = T \text{ (período)}$$

Substituindo, obtemos:

$$\omega = (2\pi) / T$$

Como  $f = 1/T$ , substituindo

$$\omega = 2\pi f$$

relação entre a velocidade angular e a frequência

# Núcleo de Educação Distância

## Aplicação numérica

Determinar o período de revolução, a frequência e a velocidade angular de um satélite que se desloca numa órbita circular com uma velocidade escalar constante igual 8,0 km/s, ao redor da Terra. Considere o raio da Terra igual a 6370 km.

Dados:  $V = 8,0 \text{ km/s}$  e  $R = 6370 \text{ km}$ .

$$\omega \approx V/R = 8,0 / 6370 = 0,0012$$

$$\omega = 1,2 * 10^{-3} \text{ rad/s}$$

De (9) temos que:

$$\omega = (2 \pi) / T$$

$$T \approx 2 \pi / \omega = 2 * 3,14 / (1,2 * 10^{-3})$$

$$T = 5233 \text{ s}$$

$$f \approx 1/T = 1 / 5233$$

$$f = 0,19 \text{ Hz}$$

# Núcleo de Educação Distância

## Referências

Programa Educar. Mecânica Gráfica para alunos do ensino médio.

<http://educar.sc.usp.br/fisica/circteo.html>