

Núcleo de Educação Distância

Série de pagamentos III - FVA

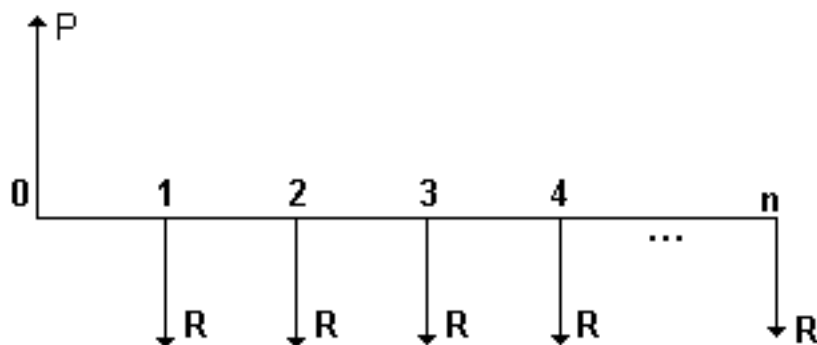
Fator de valor atual – FVA

Considere o seguinte problema:

Determinar o principal P que deve ser aplicado a uma taxa i para que se possa retirar o valor R em cada um dos n períodos subsequentes.

Este problema também poderia ser enunciado assim: qual o valor P que financiado à taxa i por período, pode ser amortizado em n pagamentos iguais a R ?

Fluxo postecipado (pagamentos ao final de cada período, conforme figura a seguir:



Trazendo os valores R para o tempo zero, vem:

$$P = \frac{R}{1+i} + \frac{R}{(1+i)^2} + \frac{R}{(1+i)^3} + \dots + \frac{R}{(1+i)^n} = R \left[\frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

O fator entre colchetes representa a soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica de primeiro termo $1/(1+i)$, razão $1/(1+i)$ e último termo $1/(1+i)^n$.

Teremos então, usando a fórmula da soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica:

O fator entre colchetes será então igual a:

Núcleo de Educação

Distância

$$\frac{\frac{1}{(1+i)^n} \cdot \frac{1}{1+i} - \frac{1}{1+i}}{\frac{1}{1+i} - 1} = \frac{\frac{1-(1+i)^n}{(1+i)^n \cdot (1+i)}}{\frac{1-(1+i)}{1+i}} = \frac{1-(1+i)^n}{(1+i)^n \cdot (1+i)} \times \frac{1+i}{-i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

Substituindo, vem finalmente:

$$P = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

o fator entre colchetes, é denominado Fator de valor atual – FVA(i,n) assim, teremos: $P = R \cdot \text{FVA}(i,n)$. Os valores de FVA(i,n) são tabelados.

Observe que P corresponde a PV e R corresponde a PMT na calculadora HP 12C.

Usando a simbologia da calculadora HP 12C, a fórmula acima ficaria:

$$PV = PMT \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

Exemplo: Qual o valor do empréstimo que poderá ser amortizado em 10 prestações mensais de \$200,00, sabendo-se que a taxa de juros do financiamento é de 5% ao mês e que os pagamentos são efetuados no final de cada mês?

Solução:

$$P = 200 \{ [(1+0,05)^{10} - 1] / [0,05(1+0,05)^{10}] \} = \$1544,35$$

Pela HP 12C:

200
CHS
PMT

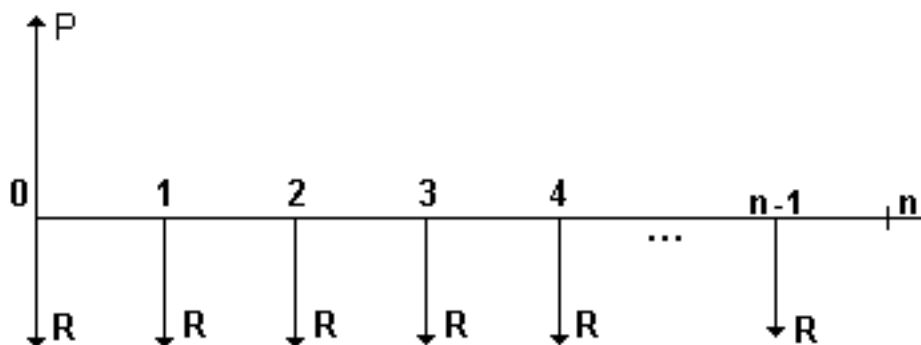
Núcleo de Educação

Distância

10
n
5
i
PV

Aparecerá no visor, o valor encontrado acima.

Fluxo antecipado (pagamentos ao início de cada período, conforme figura a seguir:



Trazendo os valores de R para a data zero, teremos:

$$P = R + \frac{R}{(1+i)^1} + \frac{R}{(1+i)^2} + \dots + \frac{R}{(1+i)^{n-1}} = R \left[1 + \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} \right]$$

O fator entre em colchetes, representa uma progressão geométrica de primeiro termo 1, razão $1/(1+i)$ e último termo $1/(1+i)^{n-1}$.

O fator entre em colchetes será igual a:

$$= \frac{\frac{1}{(1+i)^{n-1}} \times \frac{1}{1+i} - 1}{\frac{1}{1+i} - 1} = \frac{\frac{1}{(1+i)^n} - 1}{\frac{1-(1+i)}{1+i}} = \frac{\frac{1-(1+i)^n}{(1+i)^n}}{\frac{-i}{1+i}} = \frac{1-(1+i)^n}{(1+i)^n} \times \frac{1+i}{-i} = (1+i) \times \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

Núcleo de Educação Distância

Substituindo, vem finalmente:

$$P = R(1+i) \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

Exemplo: Qual o valor do empréstimo que poderá ser amortizado em 10 prestações mensais de \$200,00, sabendo-se que a taxa de juros do financiamento é de 5% ao mês e que os pagamentos são efetuados no início de cada mês?

Solução:

$$P = 200(1+0,05) \left\{ \frac{[(1+0,05)^{10} - 1]}{[0,05(1+0,05)^{10}]} \right\} = \$1621,56$$

Pela HP 12C:

g
BEG
200
CHS
PMT
10
n
5
i
PV

Aparecerá no visor, o valor encontrado acima.

Núcleo de Educação Distância

Referências

Matemática Financeira. Disponível em: <http://www.paulomarques.com.br/arq9-17.htm> .
Acesso em 21/11/2007